



## **CONTABILIDAD REGIONAL TRIMESTRAL DE CASTILLA Y LEÓN**

### **METODOLOGÍA**

#### **1. MARCO CONCEPTUAL**

- 1.1. Normativa
- 1.2. Características de la CTCYL
- 1.3. Análisis de la base estadística
- 1.4. Pasos para la estimación de la CTCYL

#### **2. PROCEDIMIENTOS ESTADÍSTICOS-ECONOMÉTRICOS NECESARIOS PARA IMPLANTAR LA CONTABILIDAD TRIMESTRAL DE CASTILLA Y LEÓN.**

- 2.1. Diseño de indicadores
- 2.2. Tratamiento de las series
  - 2.2.1. Predicción de datos
  - 2.2.2. Filtrado de estimaciones
  - 2.2.3. Distribución y extrapolación de agregados. Métodos de trimestralización
- 2.3. Longitud de las series
- 2.4. Revisión de las estimaciones

#### **3. PRODUCTO INTERIOR BRUTO DESDE LA PERSPECTIVA DE LA OFERTA**

#### **4. PRODUCTO INTERIOR BRUTO DESDE LA PERSPECTIVA DE LA DEMANDA**

---

#### **ANEXO 1: TRAMO-SEATS: MODELIZACIÓN ARIMA**

#### **ANEXO 2: ECOTRIM: PROCEDIMIENTO DE TRIMESTRALIZACIÓN DE AGREGADOS ECONÓMICOS: EL MÉTODO DE CHOW-LIN**



## **1. MARCO CONCEPTUAL**

### **1.1 Normativa**

La Contabilidad Trimestral de Castilla y León (CRTCYL), operación número 20003 del actual Plan Estadístico de Castilla y León 2018-2021, se elabora en base al Sistema Europeo de Cuentas de 2010 (SEC10), vigente desde el 1 de septiembre de 2014, metodología adoptada mediante el Reglamento (UE) N° 549/2013 del Parlamento Europeo y del Consejo de 21 de mayo de 2013 relativo al Sistema Europeo de Cuentas Nacionales y Regionales de la Unión Europea. Con el SEC10, que sustituyó al anterior SEC 1995, se introdujeron ciertas novedades respecto del anterior como: el reconocimiento del gasto en investigación y desarrollo (I+D) como formación de capital intelectual, el reconocimiento del gasto militar como formación bruta de capital, la valoración de la producción para uso final propio de los productores de mercado, la asignación de la producción del Banco Central, el comercio triangular de mercancías (Merchanting), los bienes enviados al extranjero para ser procesados sin cambio de propiedad, la delimitación del Sector de las Administraciones Públicas (S.13), los subsectores del Sector Instituciones Financieras (S.12) o la incorporación de estimaciones de las actividades ilegales.

### **Año de referencia**

El año de referencia es el año 2015, que significa que el año 2015 define la escala del índice encadenado (=100).



## **1.2 Características de la Contabilidad Regional Trimestral de Castilla y León**

Las estimaciones realizadas por la CRTCYL son cuantitativa y metodológicamente coherentes con la Contabilidad Regional Anual ya que ambas están enmarcadas en el SEC10.

La CRTCYL está concebida como un sistema de estimación coyuntural del ritmo de variación de los principales agregados de la economía por lo que no ofrece estimaciones consistentes del nivel de valoración de los agregados. Está únicamente diseñada para medir la evolución de dichas operaciones.

La principal ventaja de la CRTCYL frente a otros instrumentos de análisis coyunturales es que proporciona una medición del valor trimestral de más calidad y permite además un mejor seguimiento y control a corto plazo de la economía.

A través de la CRTCYL se posibilita la formulación trimestral mediante modelos econométricos, construidos con metodología ARIMA univariante y multivariante con objetivos predictivos y analíticos.

## **1.3 Análisis de la base estadística**

Se ha realizado un análisis de la base de datos existente conforme a tres criterios:

- Localizar indicadores regionales con la mayor correlación posible con el agregado contable anual a estimar.
- Cuando no exista un único indicador que tenga una correlación suficientemente alta proceder a la elaboración de índices sintéticos.
- Primar, en cualquier caso, la producción propia de la Junta de Castilla y León.

## **1.4 Pasos para la estimación de la CRTCYL**

La CRTCYL contempla la estimación del PIB desde dos perspectivas: oferta y demanda.

Los pasos a seguir en la estimación de la CTCYL son los siguientes:



### **Selección de indicadores**

Cada uno de los agregados estimados utiliza un solo indicador de aproximación coyuntural que posibilita la distribución y extrapolación del agregado. El indicador elegido será el que mayor correlación presente con el agregado objeto de estudio obteniendo así los resultados más fiables. Como ya se ha señalado, en los casos donde no exista un indicador de referencia simple que explique convenientemente el comportamiento del agregado se procederá a la construcción de índices sintéticos.

Dado que el Producto Interior Bruto es un saldo contable, no existen indicadores directos de estimación, por lo que se atiende a la aproximación más cercana, en el caso de la estimación por el lado de la oferta esta aproximación es el valor de la producción. Ello presupone que, a corto plazo, se mantiene constante la proporción entre producción y valor añadido. Esta hipótesis puede resentirse a medio y largo plazo. Por ello, es necesario que las series anuales, donde se estiman tanto la producción como los consumos intermedios mediante fuentes estructurales, estén lo más cercanas posibles al periodo de referencia.

Se desea que los indicadores seleccionados satisfagan una serie de características como son:

- La máxima cobertura temporal de las series (longitud).
- Significación económica (claridad en el contenido económico de la información que aporta).
- Calidad estadística (estabilidad coherente en el proceso de medida).
- Perfil suave (analizar la serie en términos de ciclo-tendencia y/o corregida de estacionalidad y efectos de calendario).
- Prontitud en la disponibilidad de los datos (menor desfase posible entre disponibilidad y periodo de referencia).
- Frecuencia mensual o trimestral.
- *Selección de los indicadores económicos que mejor se adapten para la estimación de los agregados contables:* para ello se exige que el indicador presente una correlación adecuada con el correspondiente agregado a estimar.



### **Predicción de datos**

Dado que el desfase temporal entre el fin del trimestre y la publicación de las estimaciones no es muy elevado, para mantener así vigente la importancia de los datos publicados, es necesario completar la información de algún indicador con predicciones, ya que no estará disponible el dato referente a la última estimación (mes ó trimestre). Para ello se utiliza el programa JDEMETRA (programa de ajuste estacional desarrollado por Eurostat – Comisión Europea). Este programa permite la identificación automática y estimación mediante modelos ARIMA<sup>1</sup>, corrigiendo además la estacionalidad y posibles efectos de calendario, atípicos e irregularidades.

### **Filtrado de series**

Una vez que tengamos las series de indicadores de referencia debemos proceder a su tratamiento para calcular su evolución en términos corregidos de efecto calendario y de ciclo-tendencia utilizando el programa JDEMETRA.

### **Distribución y extrapolación de agregados. Métodos de trimestralización**

Consiste en la estimación trimestral de los agregados contables anuales basada en la información aportada por los indicadores de referencia seleccionados, que se realiza a través de métodos de trimestralización. El más comúnmente aceptado en las oficinas de estadística europeas, que también se emplea en la Contabilidad Nacional Trimestral, es el procedimiento de ChoW-Lin<sup>2</sup>

Este procedimiento permite, por un lado, distribuir trimestralmente datos anuales ya existentes y, por otro lado, estimar datos trimestrales del año en curso, en el que no existe dato anual prefijado. El resultado de su aplicación es una serie trimestral cuya evolución (crecimiento interanual del agregado) presenta una similitud máxima con la del indicador empleado.

---

<sup>1</sup> Ver desarrollo del modelo en el Anexo 1 al final del documento.

<sup>2</sup> Ver desarrollo del método en el Anexo 2 al final del documento.



En el caso de que no dispongamos de un indicador trimestral de referencia se puede utilizar el método BFL (Boot Feibes and Lisman), contemplado en JDEMETRA. Existen distintos métodos desarrollados basados en los principios de estimación de Chow-Lin y que están contemplados en el programa JDEMETRA. Alguno de estos procedimientos, aparte del propio de Chow-Lin, son los de Fernández y Litterman. El método propuesto es el de Fernández.

Como señala Enrique M. Quilis<sup>3</sup>, "la elección de un método u otro de desagregación temporal condiciona los resultados de manera significativa (...)". No existe una respuesta universal, independiente de la situación práctica específica pero sí pueden ofrecerse algunas guías tentativas:

- Si existe cointegración entre indicadores y agregado trimestral, el método más apropiado es el de Chow-Lin.
- En caso contrario, el procedimiento de Litterman resulta el más recomendable debido a su generalidad.
- Si la evidencia respecto a la cointegración es poco robusta o dudosa, el procedimiento de Fernández resulta una elección intermedia entre el método de Chow-Lin y el de Litterman.

Es importante tener en cuenta que para el uso de los procedimientos estadísticos-económicos relatados anteriormente, es necesaria una longitud mínima en las series de los indicadores. Cuanto mayor sea ésta, más fiables serán los resultados obtenidos.

---

<sup>3</sup> Enrique M. Quilis. "Sobre el método de desagregación de Litterman". INE. Boletín Trimestral de Conyuntura.



### **Revisión de las estimaciones**

Las cifras de la CRTCYL serán continuo objeto de revisiones, las cuales pueden venir motivadas por cualquiera de las siguientes causas:

- Revisiones que se realizan en la Contabilidad Regional Anual de Castilla y León. Cualquier revisión o ajuste considerado en las cuentas anuales influirá en las estimaciones realizadas en las cuentas trimestrales puesto que éstas están sujetas a la restricción de coherencia cuantitativa con las cifras de la contabilidad anual.
- La consolidación de datos provisionales y la disponibilidad de observaciones efectivas donde antes sólo se contaba con predicciones.
- La reestimación de las regresiones cada vez que se dispone de un nuevo dato o se revisa alguno.
- La posibilidad de sustitución de las fuentes utilizadas por considerarse más adecuadas.

## **2. PRODUCTO INTERIOR BRUTO DESDE LA PERSPECTIVA DE LA OFERTA**

El PIB desde la perspectiva de la oferta viene definido por el SEC10 como la suma de los valores añadidos brutos de los diversos sectores institucionales o de las diferentes ramas de actividad, más los impuestos menos las subvenciones sobre los productos.

Por lo tanto se estima el VAB a precios básicos de la economía de Castilla y León desagregado en las distintas ramas de actividad.

La desagregación con la que se trabaja internamente en la CRTCYL para la estimación del VAB es la siguiente:



# Junta de Castilla y León

Consejería de Economía y Hacienda  
Dirección General de Presupuestos,  
Fondos Europeos y Estadística

## Información estadística de Castilla y León

	<b>CNAE 2009</b>
<b>Agricultura, ganadería, silvicultura y pesca</b>	01-03
<b>Industria</b>	
Industrias extractivas	05-09
Suministro de energía eléctrica, gas, vapor y aire acondicionado	35
Captación, depuración y distribución de agua; acts. Saneamiento, gestión de residuos y descontaminación	36-39
Alimentación, fabricación de bebidas y tabaco	10-12
Industria textil, confección de prendas de vestir e industria del cuero y del calzado	13-15
Madera, corcho y sus productos; artículos de cestería y espartería	16
Industria del papel; Servicios de impresión y de reproducción de soportes grabados	17,18
Coquerías y refino de petróleo; Industria química y productos farmacéuticos	19-21
Fabricación de productos de caucho y plásticos	22
Fabricación de otros productos minerales no metálicos	23
Metalurgia y productos metálicos	24,25
Fabricación de productos informáticos, electrónicos y ópticos; Fabricación de material y equipo eléctrico	26,27
Fabricación de maquinaria y equipo n.c.o.p	28
Fabricación de material de transporte	29,30
Muebles, industrias manufactureras diversas y reparación e inst. de maq. y equipo	31-33
<b>Construcción</b>	41-43
<b>Servicios</b>	
Comercio, transporte y hostelería	45-56
Información y comunicaciones	58-63
Actividades Financieras y de seguros	64-66
Actividades Inmobiliarias	68
Actividades Profesionales	69-82
Admón. Pub., educación y sanidad	84-88
Actividades Artísticas, recreativas y otros servicios	90-98
Impuestos netos sobre los productos	45-56





Los indicadores utilizados para la estimación del VAB de cada una de estas ramas son los siguientes:

### **Sector Primario**

- Producción agrícola y ganadera
- Precios percibidos por los agricultores y ganaderos  
(Fuente: Junta de Castilla y León, Consejería de Agricultura y Ganadería y Desarrollo Rural).
- Producción forestal  
(Fuente: Junta de Castilla y León, Consejería de Medio Ambiente, Vivienda y Ordenación del Territorio).

### **Industria**

- Índice de Producción Industrial. Ramas manufactureras
- Encuesta de Población Activa
- Índice de Producción Industrial. Ramas energéticas
- Encuesta de Población activa  
(Fuente: Instituto Nacional de Estadística).
- Clima Empresarial en la Industria  
(Fuente: Dirección General de Presupuestos, Fondos Europeos y Estadística de la Junta de Castilla y León. “Encuesta de Opiniones Empresariales”).
- Encuesta de Opiniones Empresariales  
(Fuente: Dirección General de Presupuestos, Fondos Europeos y Estadística de la Junta de Castilla y León).



## **Construcción**

- IPI. Fabricación de otros minerales no metálicos  
(Instituto Nacional de Estadística).
- Estadística de Edificación y vivienda
- Visados de dirección de obra
- Índice de Costes de la Construcción
- Licitación Oficial de Obras Públicas  
(Ministerio de Transportes, Movilidad y Agenda Urbana).
- Encuesta de Opiniones Empresariales  
(Dirección General de Presupuestos, Fondos Europeos y Estadística de la Junta de Castilla y León).

## **Servicios**

- Indicadores de Actividad del Sector Servicios
- Índice de Ventas del Comercio al por menor
- Encuesta de Población Activa  
(Instituto Nacional de Estadística).
- Créditos y depósitos de las entidades financieras  
(Banco de España).
- Encuesta de Opiniones Empresariales  
(Dirección General de Presupuestos, Fondos Europeos y Estadística de la Junta de Castilla y León).
- Presupuestos de las Entidades Locales  
(Ministerio de Hacienda y Función Pública).
- Presupuesto General de la Comunidad de Castilla y León  
(Junta de Castilla y León, Consejería de Economía y Hacienda).



## **Impuestos Netos sobre los Productos**

- Impuestos Indirectos  
(Ministerio de Hacienda y Función Pública).

La estimación a precios corrientes supone hacer uso de una serie de deflatores para pasar de unidades físicas a monetarias.

Los índices de precios disponibles son los siguientes:

- Índices de precios percibidos por los agricultores y ganaderos
- Índices de precios pagados por los agricultores y ganaderos índices de precios Industriales
- Índices de costes de la construcción
- Índices de precios de consumo
- Índices de valor unitario de las importaciones y exportaciones

### **3. PRODUCTO INTERIOR BRUTO DESDE LA PERSPECTIVA DE LA DEMANDA**

El PIB desde la perspectiva de la demanda viene definido por el SEC10 como la suma de los empleos finales de bienes y servicios de las unidades institucionales residentes (consumo final efectivo y formación bruta de capital) más el saldo exterior.

La estimación del Producto Interior Bruto por la vía de la demanda o gasto comprende, la estimación de los siguientes componentes:

#### **Gasto en consumo final**

- Gasto en consumo final de los hogares y de las Instituciones Sin Fines de Lucro al Servicio de los Hogares (ISFLSH).
- Gasto en consumo final de la administración Pública.



## **Formación Bruta de Capital**

- Formación Bruta de Capital Fijo
  - Bienes de Equipo
  - Construcción
- Variación de Existencias

## **Saldo Exterior**

Se refiere al saldo total de las relaciones comerciales de Castilla y León, con el resto de España y con el resto del mundo.

- Exportaciones totales
- Importaciones totales

## **Gasto en consumo final**

Se define como el gasto realizado por las unidades institucionales residentes en bienes y servicios que se utilizan para satisfacer directamente las necesidades o carencia individuales o las necesidades o colectivas de los miembros de la comunidad. El gasto en consumo final puede realizarse en el territorio económico o en el resto del mundo.

### **Gasto en consumo final de los hogares y de las ISLSH**

El gasto en consumo final de los hogares es el componente más importante del PIB por el lado de la demanda ya que supone aproximadamente las 2/3 partes de este agregado.



Los indicadores coyunturales empleados en la estimación de este componente son los siguientes:

- Índice de comercio al por menor (INE)
- IPI de bienes de consumo (INE)
- Índice de confianza del consumidor (D.G. de Presupuestos, Fondos Europeos y Estadística de la Junta de Castilla y León)
- Importación de bienes de consumo (Ministerio de Hacienda y Función Pública, Agencia Estatal de Administración Tributaria)
- Matriculación de vehículos (Ministerio del Interior, D. G. de Tráfico)
- Consumo de gasóleo de automoción (Asociación de operadores de Petróleo)

#### Gasto en consumo final de las Administraciones Públicas

Para estimar este componente del gasto en consumo final se utilizan los siguientes estimadores:

- Ejecuciones presupuestarias capítulo 1 gastos
  - Ejecuciones presupuestarias capítulo 2 gastos
  - Ejecuciones presupuestarias capítulo 6 gastos
- (Presupuestos Generales de las diversas Administraciones Públicas)

Deflactor: IPC.



### **Formación bruta de Capital Fijo**

Comprende las adquisiciones menos disposiciones (cesiones) de activos fijos realizadas por los productores residentes durante el periodo de referencia. Los activos fijos son activos materiales e inmateriales obtenidos a partir de procesos de producción, utilizados de forma repetida o continua en otros procesos de producción durante más de un año.

Indicadores:

- IPI de bienes de inversión (INE)
- Importaciones de bienes de equipo (Ministerio de Hacienda y Función Pública, Agencia Estatal de Administración Tributaria)
- Matriculación de vehículos industriales (Ministerio del Interior, D. G. de Tráfico)
- Visados de dirección de obra (Ministerio de Transportes, Movilidad y Agenda Urbana y Colegio de Arquitectos)
- Licitación Oficial de Obras Públicas (Ministerio de Transportes, Movilidad y Agenda Urbana)

Deflactor: Índice de Precios Industriales (INE)

### **Variación de existencias**

Se mide por el valor de las entradas en existencias, menos el valor de las salidas y el valor de cualquier pérdida corriente de los bienes mantenidos en existencias.



### **Saldo exterior**

Se calcula teniendo en cuenta las relaciones comerciales de Castilla y León con el resto de España y con el resto del mundo.

Indicadores:

- Explotación del fichero de Comercio Exterior (Ministerio de Hacienda y Función Pública, Agencia Estatal de Administración Tributaria)
- Comercio interregional (proyecto C-intereg de CEPREDE)

Deflactor: IVUS de importaciones y exportaciones



## ANEXO 1: TRAMO-SEATS: MODELIZACIÓN ARIMA

TRAMO es un programa para la estimación y predicción de modelos de regresión con errores ARIMA posiblemente no estacionarios y ausencia de valores. El programa interpola esos valores, identifica y corrige los posibles valores atípicos y estima efectos especiales como los efectos de Semana Santa, de los fines de semanas por meses y, en general, los efectos corregidos a través de las variables de intervención.

SEATS es un programa para estimar los componentes ciclo-tendencia, estacional e irregular, no observables en las series temporales, a partir de un modelo ARIMA estimado por TRAMO. Por tanto, TRAMO-SEATS son dos programas que se complementan y han sido desarrollados para su aplicación conjunta. Cuando TRAMO realiza el ajuste estacional prepara la serie para ser ajustada posteriormente por SEATS.

Básicamente, la metodología ARIMA se plantea de la siguiente forma:

Dado un vector de observaciones  $y = (y_{t_1}, \dots, y_{t_m})$  donde  $0 < t_1 < \dots < t_m$ , TRAMO define el modelo de regresión

$$y_t = z_t' \beta + x_t$$

donde  $\beta$  es el vector de los coeficientes de la regresión,  $z_t'$  denota la matriz de los regresores, y  $x_t$  sigue el modelo ARIMA general estocástico

$$\phi(B)\delta(B)x_t = \theta(B)a_t, \quad (1)$$

donde  $B$  es el operador de retardos,  $a_t$  es una variable ruido blanco con distribución normal de media cero y varianza  $\sigma^2$  y  $\phi(B), \delta(B), \theta(B)$  se definen como polinomios en  $B$  que tienen la siguiente forma multiplicativa:

$$\delta(B) = (1-B)^d(1-B)^D;$$

$$\phi(B) = (1 + \phi_1 B + \dots + \phi_p B^p)(1 + \varphi_1 B^s + \dots + \varphi_p B^{sp});$$





$$\theta(B) = (1 + \theta_1 B + \dots + \theta_q B^q)(1 + \Theta_1 B^s + \dots + \Theta_Q B^{sq});$$

donde  $d$  y  $D$  son los órdenes de diferenciación de las series para obtener su estacionariedad tanto en su parte no estacional ( $d$ ) como estacional ( $D$ ),  $\phi_i$  son los coeficientes autorregresivos de la parte no estacional,  $\varphi_i$  los coeficientes autorregresivos de la parte estacional,  $\theta_i$  son los coeficientes de la parte media móvil no estacional,  $\Theta_i$  los coeficientes de la parte media móvil estacional,  $p$  y  $P$  los órdenes autorregresivos de la parte no estacional y estacional respectivamente,  $q$  y  $Q$  los órdenes de media móvil de la parte no estacional y estacional respectivamente y  $n$  denota el número de observaciones por año.

Sustituyendo los polinomios en (1) obtenemos el modelo ARIMA( $p,d,q$ ) ( $P,D,Q$ ) que propone TRAMO para la serie temporal estimando de forma óptima sus parámetros,

$$(1 + \phi_1 B + \dots + \phi_p B^p)(1 + \varphi_1 B^s + \dots + \varphi_P B^{sP}) (1-B)^d (1-B)^D = (1 + \theta_1 B + \dots + \theta_q B^q)(1 + \Theta_1 B^s + \dots + \Theta_Q B^{sQ}) a_t$$

SEATS descompone la serie  $x_t$  de la siguiente forma:

$$x_t = n_t + s_t$$

$$n_t = p_t + u_t$$

donde  $n_t$  es la serie ajustada estacionalmente y  $p_t$ ,  $s_t$  y  $u_t$  el componente de ciclo-tendencia, estacional e irregular, respectivamente.



## **ANEXO 2: ECOTRIM: PROCEDIMIENTO DE TRIMESTRALIZACIÓN DE AGREGADOS ECONÓMICOS: EL MÉTODO DE CHOW-LIN**

El problema consiste en la estimación de los valores trimestrales de los agregados macroeconómicos de Castilla y León utilizando la información disponible, es decir, los valores anuales de los agregados y los valores trimestrales de los indicadores coyunturales de referencia.

Desde el punto de vista estadístico, este problema es conocido con el nombre de desagregación temporal de series temporales. Conociendo la serie anual del agregado y varios indicadores coyunturales trimestrales, los valores trimestrales del agregado son determinados en el marco de un modelo estadístico. La hipótesis principal implica que las series de indicadores y la variable de interés a estimar poseen una importante correlación en términos de su evolución trimestral.

Este mismo principio se aplica en la estimación de los trimestres en los que los datos anuales no están todavía disponibles. Así, se procede a la extrapolación utilizando los valores trimestrales disponibles de las series de indicadores haciendo uso del modelo estimado en el procedimiento de desagregación temporal (este caso es particularmente importante).

### Planteamiento del problema

El planteamiento general de los problemas de desagregación temporal (interpolación y distribución) es el siguiente: dada una serie  $Z$  de frecuencia  $s$ , un vector  $W$   $k$ -dimensional de frecuencia  $s'$  ( $s' > s$ ) estimar una serie  $z$  de frecuencia  $s'$  que incorpore la información contenida en  $W$  y satisfaga una expresión lineal de la forma  $Z = Tz$  (Blanco y Cortigniani, 1978; Sanz, 1982). Formalmente:

[1]            estimar  $z$  tal que  $z = f(x, Z)$  con  $Z = Tz$



### Solución del problema

Existen distintas alternativas para resolver el problema planteado en [1] en función de:

(a).- Incorporación o no de indicadores:

$$[1.1] \quad z = f(Z) \text{ tal que } Z = Tz$$

Ejemplo: método de Boot-Feibes-Lisman

(b).- Planteamiento de [1] como un programa de optimización cuadrática, [1.2], o como un modelo de regresión [1.3].

$$[1.2] \quad \min z' A z \quad \text{s.a. } Z = Tz$$

siendo  $A$  una matriz apropiadamente definida *a priori*.

Ejemplo: método de Fernández (Fernández, 1981).

$$[1.3] \quad z = x\theta + \epsilon \text{ con } Z = Tz$$

Ejemplo: métodos de Chow-Lin (1971) y Litterman (1983),

(c).- Planteamiento univariante o multivariante: formalmente es igual que el caso univariante extendiendo la dimensión de los vectores y matrices empleados

(Rossi, 1982):

$$[1.4] \quad \text{estimar } z \text{ tal que } z = f(x, Z)$$

$$4N \times p \quad 4N \times k \quad N \times p$$

$$\text{tal que : } Z = T \quad z \quad ; \quad C = z \quad W$$

$$N \times p \quad N \times 4N \quad 4N \times p \quad 4N \times m \quad 4N \times p \quad p \times m$$



La principal diferencia reside en la presencia simultánea de dos restricciones: una longitudinal ( $Z=Tz$ ) y otra transversal ( $C=zW$ ). La primera implica que, para cada variable, la suma de cuatro trimestres consecutivos es igual al total anual y la segunda que, en cada trimestre, se satisfagan ciertas restricciones lineales sobre los agregados estimados (p.e., que la suma desde la óptica de la demanda iguale a la suma desde la óptica de la oferta).

En la CTCYL, al igual que en la Contabilidad Trimestral de España, se utiliza como método de distribución y extrapolación el de Chow-Lin, que es un método univariante que requiere el uso de indicadores de alta frecuencia y responde a un planteamiento de análisis de regresión. A continuación se expone el método con detalle.

Sea un modelo lineal que relaciona el agregado trimestral a estimar ( $y$ ) con un vector de  $k$  indicadores coyunturales trimestrales que sí se conocen,

[2]

$$y = x \beta + u$$
$$\begin{matrix} 4N \times 1 & 4N \times k & k \times 1 & 4N \times 1 \end{matrix}$$

con  $Y=By$ ,  $X=Bx$  y  $U=Bu$

Donde  $Y(N,1)$  es la serie del agregado económico a estimar;  $y(4N,1)$  es el vector de la serie trimestral del agregado económico a estimar;  $X(N,k)$  es la serie de indicadores coyunturales anualizada;  $x(4N,k)$  la matriz de  $k$  series de indicadores de coyuntura trimestrales;  $\beta(k,1)$  es el vector de los coeficientes de regresión del modelo;  $u(4N,1)$  es el vector de perturbaciones del modelo trimestral con distribución normal, media cero y matriz de varianzas-covarianzas  $v$ ;  $U(N,1)$  el vector de perturbaciones del modelo anual y  $N$  es el número de observaciones anuales.

La obtención de las magnitudes anuales se realiza por agregación, premultiplicando “ $y$ ” y “ $x$ ” por una matriz  $B$  de la forma:



[3]

$$B = \begin{pmatrix} f & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & f & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & f & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & f \end{pmatrix}$$

siendo:  $f = (1/4, 1/4, 1/4, 1/4, 1/4)$  en el supuesto de interpolación

y  $f = (1, 1, 1, 1)$  en el supuesto de distribución.

Premultiplicando [2] por B obtenemos una relación lineal entre variables observables, ya que  $Y = By$  es la serie anual del agregado a estimar.

[4]

$$Y = X \beta + U$$

$$N \times 1 \quad N \times k \quad k \times 1 \quad N \times 1$$

$$\text{Con } Y = By, X = Bx \text{ y } U = Bu$$

El objetivo es estimar de manera lineal, insesgada y eficiente el vector  $y$ . Por tanto, se quiere obtener  $y^0$  como un predictor lineal, insesgado y de mínima varianza de forma que satisfaga la restricción  $Y = By$ .

Consecuentemente:

- El estimador  $y^0$  es lineal si para alguna matriz A se verifica:

[5]

$$y^0 = AY = A(X\beta + U)$$



- Es insesgado cuando cumple:

$$E(y^0 - y) = 0$$

Como  $y^0 - y = AY - y = A(X\beta + U) - (x\beta + u) = (AX - x)\beta + (AU - u)$

Y  $E(U) = E(u) = 0$ , se obtiene:

$$[6] \quad E(y^0 - y) = (AX - x)\beta \Rightarrow AX - x = 0$$

Sustituyendo [6] en 5]:

$$[7] \quad y^0 = x\beta + AU$$

El mejor estimador lineal e insesgado de  $y^0$  se obtiene al minimizar en cada trimestre la varianza de  $y^0$ , es decir, la suma de varianzas de las 4N estimaciones sujeta a la condición de insesgader. Así se plantea el siguiente programa de optimización condicionado:

$$[8] \quad \min \text{tr}(\Sigma_{ye})$$

s.a:  $AX = x$  (condición de insesgader)

Siendo  $\Sigma_{ye}$  la matriz de varianzas-covarianzas del error de estimación:

$$y^0 - y = A(X\beta + U) - (x\beta + u) = AX\beta + AU - x\beta - u = x\beta + AU - x\beta - u = AU - u$$

Luego:

$$\Sigma_{ye} = E[(y^0 - y)(y^0 - y)'] = E[(AU - u)(AU - u)'] = AVA' - VB'A' - ABV + V$$

Siendo  $V = B'VB$  la matriz de varianzas-covarianzas de los errores anuales.

El operador lagrangiano de [8] es:

$$L = \text{tr}(\Sigma_{ye}) - 2\text{tr}[M'(AX - x)]$$



Las condiciones de primer orden son:

$$\delta \underline{L} = 0 \Rightarrow 2AV - 2VB' - 2MX' = 0 \Rightarrow A = MX'V^{-1} + VB'V^{-1}$$

$\delta A$

$$\delta \underline{L} = 0 \Rightarrow AX - x = 0$$

$\delta M$

Para expresar A de forma explícita tenemos que determinar previamente M:

$$AX - x = 0 \Rightarrow [MX'V^{-1} + VB'V^{-1}]X - x = 0 \Rightarrow M = [X - VB'V^{-1}X][X'V^{-1}X]^{-1}$$

Con ello:

[9]

$$A = x[X'V^{-1}X]^{-1}[X'V^{-1}] + VB'V^{-1}[1 - X[X'V^{-1}X]^{-1}X'V^{-1}]$$

Sustituyendo [9] en [5] se tiene:

[10]

$$y^0 = AY = x[X'V^{-1}X]^{-1}[X'V^{-1}]Y + VB'V^{-1}[Y - X[X'V^{-1}X]^{-1}X'V^{-1}Y]$$

Como,

$$\beta_B = x[X'V^{-1}X]^{-1}[X'V^{-1}]Y$$

es el estimador de mínimos cuadrados generalizados del modelo anual entonces:

$$y^0 = x\beta_B + VB'V^{-1}(Y - X\beta_B) = x\beta_B + VB'V^{-1}U^0$$

siendo  $U^0$  el vector de residuos del modelo con datos anuales.



De los resultados anteriores se concluye que la estimación trimestral de un agregado económico consta de dos componentes, el primero es la aportación del indicador a la variable trimestral,  $x\beta$ , mientras que el segundo, que representa la parte no explicada por el indicador, se obtiene aplicando la  $VB'V^{-1}$  al vector de residuos anuales  $U^0$ .

La expresión [10] no es operativa a menos que se conozca la matriz de varianzas-covarianzas  $v$  del modelo trimestral (recuérdese que  $V=B'vB$ ). Como  $v$  no se conoce, ya que los valores trimestrales no son observables, hay que hacer hipótesis sobre su distribución. Las principales opciones son:

a) Los residuos trimestrales,  $u$ , se comportan como ruido blanco (Chow-Lin, 1971):

$$u_t = a_t$$

$$\text{con } a_t: \text{Niid}(0, \sigma^2)$$

$$\text{Consecuentemente: } v = \sigma^2 \Rightarrow V = \sigma^2 B'B \text{ (ya que } V = BvB')$$

b)  $u$  es un AR(1) estacionario (Chow-Lin, 1971):

$$u_t = \Phi u_{t-1} + a_t$$

$$\text{con } a_t: \text{Niid}(0, \sigma^2), |\Phi| < 1.$$

$$E(aa') = \sigma^2 I$$

$$\text{Se puede demostrar que } v = [\sigma^2 / (1 - \Phi)] \{\Phi^{|j-i|}\}$$

Siendo el segundo miembro de la expresión una matriz cuyos elementos de la fila  $i$ -ésima y columna  $j$ -ésima es el coeficiente autorregresivo elevado a  $|j-i|$ ,  $i, j = 1..4N$ .

Definiendo  $R = [1 / (1 - \Phi)] \{\Phi^{|j-i|}\}$ , entonces:

$$v = \sigma^2 R$$

$$V = \sigma^2 B R B'$$





c)  $u$  es un paseo aleatorio (Fernández, 1981):

$$u_t = u_{t-1} + a_t$$

con  $a_t : \text{Niid}(0, \sigma^2)$

$$E(aa') = \sigma^2 I$$

como  $a = Du$  siendo  $D$ :

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ -1 & 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Consiguientemente:

$$v = \sigma^2 (DD)^{-1}$$

$$V = \sigma^2 B(DD)^{-1} B'$$

d)  $u$  es un paseo aleatorio markoviano (Litterman, 1982):

$$u_t = u_{t-1} + a_t$$

con  $a_t = \mu a_{t-1} + \epsilon_t$  siendo  $\epsilon_t : \text{Niid}(0, \sigma_\epsilon)$  y  $|\mu| < 1$

Consiguientemente:

$$v = \sigma^2 (D'H'HD)^{-1}$$

$$V = \sigma^2 B(D'H'HD)^{-1} B'$$



siendo:

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ -\mu & 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & -\mu & 1 & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -\mu & 1 \end{pmatrix}$$

Las distintas especificaciones se relacionan de la siguiente forma:

- (a) Litterman ( $\mu=0$ )=Fernández
- (b) Chow-Lin ( $\Phi =1$ )=Fernández

Existe un problema de identificación derivado del hecho de que  $\Phi$  no es directamente estimable dada la naturaleza del modelo trimestral. Por ello se ha recurrido a un procedimiento indirecto consistente en derivar una función  $\Omega$  que vincule con  $\Phi$  el parámetro  $\Gamma$  estimado en la regresión anual:

$$[11] \quad Y = X\beta + U$$

siendo  $U_t = \Gamma U_{t-1} + \epsilon$ ,  $\epsilon: Niid(0, \sigma_\epsilon)$ .

Esta función  $\Phi = \Omega(\Gamma)$  permite resolver el problema siempre y cuando  $\Gamma \geq 0$  (DiFozo, 1987). Aunque no es posible inferir el modelo de la perturbación trimestral a partir del correspondiente a la anual, si es factible definir una correspondencia entre los órdenes de ambos procesos (Engel 1984); Stram y Wei (1986)). De esta forma, con el objeto de asegurar la validez de las hipótesis trimestrales, se comprueba que  $U_t$  sigue un proceso AR(p) con  $p=0$  o  $p=1$ .